

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

### Тренировочный вариант № 86

#### Профильный уровень

#### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

***ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!***

#### Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

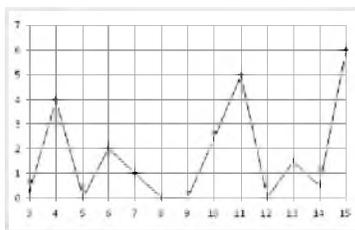
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

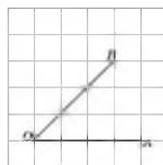
### Часть 1

1. 31 выпускник школы собираются учиться в технических вузах. Они составляют 20% от числа выпускников. Сколько в школе выпускников?

2. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Казани с 3 по 15 февраля 1909 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода не выпадало осадков.



3. Найдите тангенс угла  $AOB$ .



4. Научная конференция проводится в 4 дня. Всего запланировано 50 докладов — первые два дня по 11 докладов, остальные распределены поровну между третьим и четвертым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

5. Решите уравнение  $\sqrt{2x-3} = 0,5x$ . Если уравнение имеет несколько корней, то в ответ запишите их среднее арифметическое.

6. В тупоугольном треугольнике  $ABC$   $AC = BC = \sqrt{17}$ ,  $AH$  — высота,  $CH = 4$ . Найдите  $\operatorname{tg} ACB$ .

7. На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  производной функции  $f(x)$  и восемь точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$ . В скольких из этих точек функция  $f(x)$  убывает?



8. Объем одного куба в 216 раз больше объема другого куба. Во сколько раз площадь поверхности первого куба больше площади поверхности второго куба?

## Часть 2

9. Найдите значение выражения  $\left(\frac{1}{81}\right)^{\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{(-1)^n}{3^n} + \dots}$

10. Независимое агентство намерено ввести рейтинг  $R$  новостных изданий на основе показателей информативности  $In$ ,

оперативности  $Op$  и объективности  $Tr$  публикаций. Каждый показатель оценивается целыми числами от  $-2$  до  $2$ . Аналитик, составляющий формулу, считает, что объективность публикаций ценится втрое, а информативность — вдвое дороже, чем оперативность. В результате, формула примет вид

$$R = \frac{3In + Op + 2Tr}{A}$$

Каким должно быть число  $A$ , чтобы издание, у которого все показатели наибольшие, получило рейтинг  $30$ ?

11. Две трубы наполняют бассейн за  $3$  часа  $36$  минут, а одна первая труба наполняет бассейн за  $6$  часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

12. Найдите наибольшее значение функции

$$y = 12 \sin x - 6\sqrt{3}x + \sqrt{3}\pi + 6 \quad \text{на отрезке} \quad \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{\cos x} + \left(\frac{5}{2}\right)^{\cos x} = 2$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ .

14. В основании прямой призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  лежит квадрат  $ABCD$  со стороной 2, а высота призмы равна 1. Точка  $E$  лежит на диагонали  $BD_1$ , причём  $BE = 1$ .

а) Постройте сечение призмы плоскостью  $A_1 C_1 E$ .

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью  $ABC$ .

15. Решите неравенство:

$$2^{x+1} + \frac{9}{x} - \frac{3 \cdot 2^x}{x} \geq 6.$$

16. Окружность, построенная на медиане  $BM$  равнобедренного треугольника  $ABC$  как на диаметре, второй раз пересекает основание  $BC$  в точке  $K$ .

а) Докажите, что отрезок  $BK$  втрое больше отрезка  $CK$ .

б) Пусть указанная окружность пересекает сторону  $AB$  в точке  $N$ . Найдите  $AB$ , если  $BK = 18$  и  $BN = 17$ .

17. Зависимость количества  $Q$  (в шт.,  $0 \leq Q \leq 15\,000$ ) купленного у фирмы товара от цены  $P$  (в руб. за шт.) выражается формулой  $Q = 15\,000 - P$ . Затраты на производство  $Q$  единиц товара составляют  $3\,000Q + 1\,000\,000$  рублей. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог  $t$  рублей ( $0 < t < 10\,000$ ) с каждой произведённой единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет  $PQ - 3\,000Q - 1\,000\,000 - tQ$  рублей, а общая сумма налогов, собранных государством, равна  $tQ$  рублей. Фирма производит

такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении  $t$  общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

**18.** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} (a-1)x^2 + 2ax + a + 4 \leq 0, \\ ax^2 + 2(a+1)x + a + 1 \geq 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

**19.** Дано трёхзначное натуральное число (число не может начинаться с нуля), не кратное 100.

а) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 90?

б) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 88?

в) Какое наибольшее натуральное значение может иметь частное данного числа и суммы его цифр?