

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 85

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

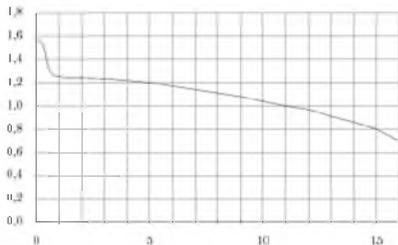
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

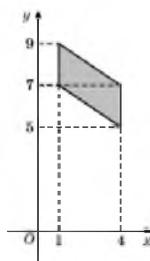
Часть 1

1. Каждый день во время конференции расходуется 70 пакетиков чая. Конференция длится 4 дня. Чай продается в пачках по 100 пакетиков. Сколько пачек нужно купить на все дни конференции?

2. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, за сколько часов напряжение упадет с 1,0 вольт до 0,8 вольт.



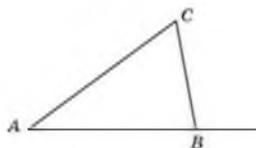
3. Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты $(1;7)$, $(4;5)$, $(4;7)$, $(1;9)$.



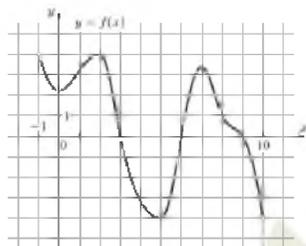
4. В кармане у Миши было четыре конфеты — «Грильяж», «Белочка», «Коровка» и «Ласточка», а так же ключи от квартиры. Вынимая ключи, Миша случайно выронил из кармана одну конфету. Найдите вероятность того, что потерялась конфета «Грильяж».

5. Решите уравнение $\log_2(x-2) = \log_4 x$. Если уравнение имеет несколько корней, то в ответ запишите меньший.

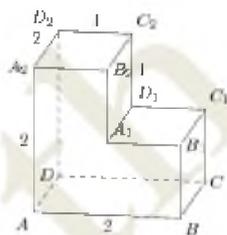
6. В треугольнике ABC угол A равен 40° , внешний угол при вершине B равен 102° . Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.



7. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-1; 10)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.



8. Найдите угол CAD_2 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые. Ответ дайте в градусах.



Часть 2

9. Найдите значение выражения $3^{\log_3^2 7} \cdot 7^{-\frac{1}{\log_7 3}} + \frac{1}{2} \cdot 3^{\frac{1}{\log_2 \sqrt{3}}}$

10. Опорные башмаки шагающего экскаватора, имеющего массу $m = 1260$ тонн представляют собой две пустотелые балки длиной $l = 18$ метров и шириной s метров каждая. Давление

экскаватора на почву, выражаемое в килопаскалях, определяется формулой $p = \frac{mg}{2ls}$, где m — масса экскаватора (в тоннах), l — длина балок в метрах, s — ширина балок в метрах, g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ м/с}^2$). Определите наименьшую возможную ширину опорных балок, если известно, что давление p не должно превышать 140 кПа. Ответ выразите в метрах.

11. Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 70 км. На следующий день он отправился обратно в А со скоростью на 3 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 3 часа. В результате велосипедист затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из В в А. Ответ дайте в км/ч.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{x^3}{3} - 9x - 7$ на отрезке $[-3; 3]$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$(\sin 2x + \cos x)(\sqrt{3} + \sqrt{3\operatorname{tg} x}) = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-\pi; \pi]$.

14. В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A , B и C , а на окружности другого основания – точка C_1 , причем CC_1 – образующая цилиндра, а AC – диаметр основания. Известно, что $\angle ACB = 45^\circ$, $AB = 3\sqrt{2}$, $CC_1 = 6$.

- а) Докажите, что угол между прямыми AC_1 и BC равен 60° .
 б) Найдите расстояние от точки B до прямой AC_1 .

15. Решите неравенство:

$$\frac{\log_4(16x^4) + 11}{\log_4^2 x - 9} \geq -1.$$

16. Дана трапеция с основаниями AD и BC . Окружности, построенные на боковых сторонах AB и CD как на диаметрах, пересекаются в точках M и N .

- а) Докажите, что $MN \perp AD$.
 б) Найдите MN , если боковые стороны трапеции равны 12 и 16, а сумма проекций диагоналей на большее основание равна 20.

17. В июле планируется взять кредит на сумму 8 052 000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.

На сколько рублей меньше придётся отдать в случае, если кредит будет полностью погашен двумя равными платежами (т. е.

за два года), по сравнению со случаем, если кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (т. е. за четыре года)?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$2 \sin x + \cos x = a$$

имеет единственное решение на отрезке $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4} \right]$.

19. а) Существует ли конечная арифметическая прогрессия, состоящая из пяти натуральных чисел, такая, что сумма наибольшего и наименьшего членов этой прогрессии равна 99?

б) Конечная арифметическая прогрессия состоит из шести натуральных чисел. Сумма наибольшего и наименьшего членов этой прогрессии равна 9. Найдите все числа, из которых состоит эта прогрессия.

в) Среднее арифметическое членов конечной арифметической прогрессии, состоящей из натуральных чисел, равно 6,5. Какое наибольшее количество членов может быть в этой прогрессии?