

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 84

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

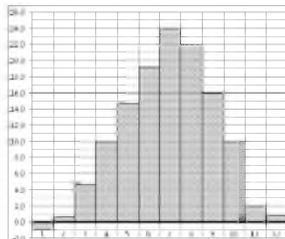
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

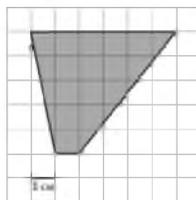
Часть 1

1. В сентябре 1 кг картофеля стоил 20 рублей. В октябре картофель подорожал на 25%. Сколько рублей стоил 1 кг картофеля после подорожания в октябре?

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Симферополе за каждый месяц 1988 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали - температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами в 1988 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



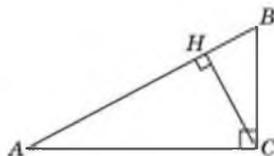
3. Найдите площадь трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



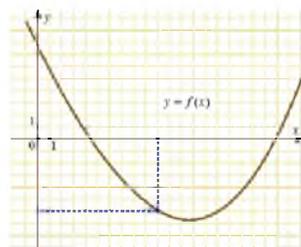
4. В группе туристов 30 человек. Их вертолётom в несколько приёмов забрасывают в труднодоступный район по 6 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист П. полетит первым рейсом вертолётa.

5. Решите уравнение $\sqrt{\frac{5}{3-2x}} = \frac{1}{9}$.

6. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, угол A равен 30° , $AB = 4$.
Найдите BH .



7. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через начало координат, касается графика этой функции в точке с абсциссой 10. Найдите значение производной функции в точке $x_0 = 10$.



8. В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 5, а сторона основания равна $3\sqrt{3}$. Найдите высоту пирамиды.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $2 \log_{a^3 b^4} \sqrt[3]{a^2 b}$, если $\log_a b = \frac{1}{4}$

10. Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени $V = 3$ моля воздуха объемом $V_1 = 8$ л, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объема V_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением

$$A = \alpha \nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2} \text{ (Дж)}, \quad \text{где } \alpha = 5,75 \text{ постоянная, а}$$

$T = 300$ К — температура воздуха. Какой объем V_2 (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии газа была совершена работа в 10350 Дж?

11. Первый велосипедист выехал из поселка по шоссе со скоростью 15 км/ч. Через час после него со скоростью 10 км/ч из того же поселка в том же направлении выехал второй велосипедист, а еще через час после этого — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 2 часа 20 минут после этого догнал первого. Ответ дайте в км/ч.

12. Найдите точку минимума функции $y = (25 - x)e^{25-x}$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\cos^2 x - \frac{1}{2} \sin 2x + \cos x = \sin x$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[\pi; 2\pi]$.

14. Точки A , B и C лежат на окружности основания конуса с вершиной S , причём A и C диаметрально противоположны. Точка M – середина BC .

а) Докажите, что прямая SM образует с плоскостью ABC такой же угол, как и прямая AB с плоскостью SBC .

б) Найдите угол между прямой SA и плоскостью SBC , если $AB = 6$, $BC = 8$ и $SC = 5\sqrt{2}$.

15. Решите неравенство:

$$\frac{\log_2(8x) \cdot \log_{0,125x} 2}{\log_{0,5x} 16} \leq \frac{1}{4}.$$

16. К двум непересекающимся окружностям равных радиусов проведены две параллельные общие касательные. Окружности касаются одной из этих прямых в точках A и B . Через точку C , лежащую на отрезке AB , проведены касательные к этим окружностям, пересекающие вторую прямую в точках D и E , причём отрезки CA и CD касаются одной окружности, а отрезки CB и CE — другой.

а) Докажите, что периметр треугольника CDE вдвое больше расстояния между центрами окружностей.

б) Найдите DE если радиусы окружностей равны 5, расстояние между их центрами равно 18, а $AC = 8$.

17. Фёдор является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые изделия, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно $25t^3$

часов в неделю, то за эту неделю они производят t изделий, и если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t^3 часов в неделю, то они производят t изделий. За каждый час работы (на каждом из заводов) Фёдор платит рабочему 360 рублей. Необходимо, чтобы за неделю суммарно производилось 30 изделий. Какую наименьшую сумму (в млн рублей) придётся тратить владельцу заводов еженедельно на оплату труда рабочих?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

$$\arcsin(ax + 2a + 1) + \arccos(2x + a + 3) \geq \frac{\pi}{2}$$

имеет хотя бы одно решение.

19. Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 1008 и

- а) пять;
- б) четыре;
- в) три

из них образуют геометрическую прогрессию?