

**Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**  
**Тренировочный вариант № 83**

**Профильный уровень**  
**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

***ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!***

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

## Часть 1

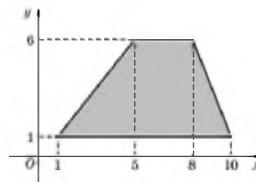
1. Магазин делает пенсионерам скидку на определенное количество процентов от цены покупки. Пакет молока стоит в магазине 40 рублей. Пенсионер заплатил за пакет молока 38 рублей. Сколько процентов составляет скидка для пенсионеров?

2. На рисунке показано изменение биржевой стоимости акций горно-обогатительного комбината во второй половине октября. 18 октября бизнесмен приобрёл 480 акций этого



комбината. Треть своих акций он продал 25 октября, а оставшиеся акции — 27 октября. Сколько рублей приобрёл бизнесмен в результате этих операций?

3. Найдите площадь трапеции, вершины которой имеют координаты  $(1;1)$ ,  $(10;1)$ ,  $(8;6)$ ,  $(5;6)$ .



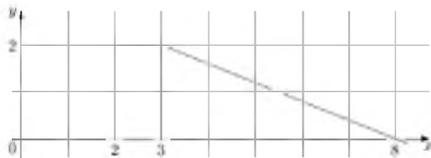
4. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна  $0,8$ . Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.

5. Решите уравнение  $\log_2(x-2) + \log_2(2x-3) = \log_2(x^2-4)$ .

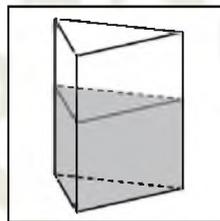
В ответ запишите меньший корень.

6. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$  — высота,  $AB = 13$ ,  $\operatorname{tg} A = 5$ . Найдите  $BH$ .

7. На рисунке изображён график некоторой функции  $y = f(x)$  (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите  $F(8) - F(2)$ , где  $F(x)$  — одна из первообразных функции  $f(x)$ .



8. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 80 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если ее перелить в другой такой же сосуд, у которого сторона основания в 4 раза больше, чем у первого? Ответ выразите в см.



## Часть 2

9. Найдите значение выражения  $2^{\log_4(5+\sqrt{3})^2} + 5^{\log_{25}(\sqrt{3}-5)^2}$

10. Рейтинг  $R$  интернет-магазина вычисляется по формуле

$$R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K + 1)^m}, \text{ где } m = \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}, r_{\text{пок}} \text{ — средняя оценка}$$

магазина покупателями,  $r_{\text{экс}}$  — оценка магазина, данная экспертами,  $K$  — число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 24, их средняя оценка равна 0,86, а оценка экспертов равна 0,11.

11. Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 14 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 21 км/ч больше скорости другого?

12. Найдите точку максимума функции  $y = -\frac{2}{3}x\sqrt{x} + 3x + 1$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$3 \cdot 2^{x-2} + 2^{\sqrt{x^2+4}-4x} = \frac{13}{2}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-1; \frac{5}{2}\right]$ .

**14.** В правильной треугольной усеченной пирамиде  $ABCA_1B_1C_1$  площадь нижнего основания  $ABC$  в девять раз больше площади меньшего основания  $A_1B_1C_1$ . Через ребро  $AB$  проведена плоскость  $\alpha$ , которая пересекает ребро  $CC_1$  в точке  $N$  и делит пирамиду на два многогранника равного объёма.

а) Докажите, что точка  $N$  делит ребро  $CC_1$  в отношении  $5 : 13$ , считая от вершины  $C_1$ .

б) Найдите площадь сечения усеченной пирамиды плоскостью  $\alpha$ , если высота этой пирамиды равна  $13$ , а ребро меньшего основания равно  $3$ .

**15.** Решите неравенство:

$$3^{\log_3^2 x} + x^{\log_3 x} > 2\sqrt[4]{3}.$$

**16.** Первая окружность с центром  $O$ , вписанная в равнобедренный треугольник  $KLM$ , касается боковой стороны  $KL$  в точке  $B$ , а основания  $ML$  — в точке  $A$ . Вторая окружность с центром  $O_1$  касается основания  $ML$  и продолжений боковых сторон.

а) Докажите, что треугольник  $OLO_1$  прямоугольный.

б) Найдите радиус второй окружности, если известно, что радиус первой равен  $6$  и  $AK = 16$ .

**17.** 31 декабря 2014 года Тимофей взял в банке  $7\,007\,000$  рублей в кредит под  $20\%$  годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т. е. увеличивает долг на  $20\%$ ), затем Тимофей переводит в банк платёж. Весь долг Тимофей выплатил за  $3$  равных платежа. На сколько рублей меньше он бы отдал банку, если бы смог выплатить долг за  $2$  равных платежа?

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (y + 2x)(2y + x) \leq 0, \\ \sqrt{(x - a)^2 + (y - a)^2} = \frac{|a + 1|}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

19. Задумано несколько целых чисел. Набор этих чисел и все их возможные суммы (по 2, по 3 и т. д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Например, если задуманы числа 2, 3, 5, то на доске будет выписан набор 2, 3, 5, 5, 7, 8, 10.

а) На доске выписан набор  $-11, -7, -5, -4, -1, 2, 6$ . Какие числа были задуманы?

б) Для некоторых различных задуманных чисел в наборе, выписанном на доске, число 0 встречается ровно 4 раза. Какое наименьшее количество чисел могло быть задумано?

в) Для некоторых задуманных чисел на доске выписан набор. Всегда ли по этому набору можно однозначно определить задуманные числа?