

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 81

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

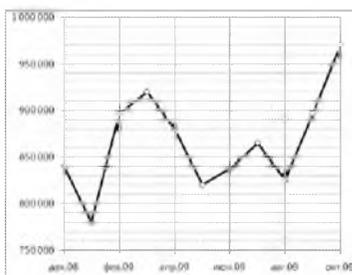
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. В школе есть четырехместные туристические палатки. Какое наименьшее число палаток нужно взять в поход, в котором участвует 23 человека?

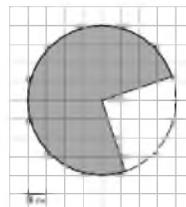
2. На рисунке жирными точками показана средняя дневная аудитория поискового сайта Ya.ru во все месяцы с декабря 2008 по октябрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество человек, посетивших сайт хотя бы раз за день (среднее за все будние дни месяца).



Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько месяцев из данного периода средняя дневная аудитория была больше 870000 человек.

3. Найдите (в см^2) площадь S закрашенной фигуры, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис.). В ответе

запишите $\frac{S}{\pi}$.

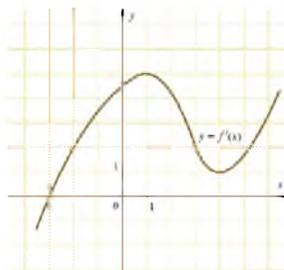


4. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,2. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

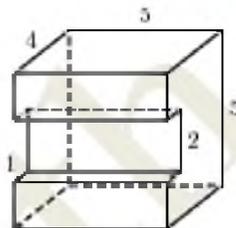
5. Решите уравнение $(x - 12)^2 = -48x$.

6. Угол при вершине, противоположащей основанию равнобедренного треугольника, равен 30° . Найдите боковую сторону треугольника, если его площадь равна 25.

7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y = f(x)$ параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.



8. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Часть 2

9. Найдите значение выражения $\frac{15\sqrt{28a} - 7\sqrt{20a}}{2\sqrt[3]{4a}}$ при $a > 0$

10. В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет $R_1 = 90$ Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель.

Определите наименьшее возможное сопротивление R_2 этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями R_1 Ом и R_2 Ом

их общее сопротивление дается формулой $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ (Ом), а

для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 9 Ом. Ответ выразите в Омах.

11. Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 15 часов. Через 3 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

12. Найдите наибольшее значение функции $y = (3x^2 - 36x + 36)e^x$ на отрезке $[-1; 4]$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\sin x \operatorname{tg} 2x + \sqrt{3} (\sin x - \sqrt{3} \operatorname{tg} 2x) = 3\sqrt{3}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, удовлетворяющие неравенству $2 + \log_{1/2} x \geq 0$.

14. Отрезок AB — диаметр верхнего основания цилиндра, CD — диаметр нижнего, причём отрезки AB и CD не лежат на параллельных прямых.

а) Докажите, что у тетраэдра $ABCD$ скрещивающиеся рёбра попарно равны.

б) Найдите объём этого тетраэдра, если $AC = 6$, $AD = 8$, а радиус цилиндра равен 3.

15. Решите неравенство:

$$\log_x(x^3 - 1) \leq \log_x(x^3 + 2x - 4).$$

16. В прямоугольном треугольнике ABC точки M и N — середины гипотенузы AB и катета BC соответственно. Биссектриса угла BAC пересекает прямую MN в точке L .

а) Докажите, что треугольники AML и BLC подобны.

б) Найдите отношение площадей этих треугольников, если $\cos \angle BAC = \frac{7}{25}$.

17. В июле 2020 года планируется взять кредит на некоторую сумму. Условия возврата таковы:

— в январе каждого года долг увеличивается на 30% по сравнению с предыдущим годом;

— с февраля по июнь нужно выплатить часть долга одним платежом.

Определите, на какую сумму взяли кредит банке, если известно, что кредит был выплачен тремя равными платежами (за 3 года) и общая сумма выплат на 156 060 рублей больше суммы взятого кредита.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых решения неравенства

$$|2x - a| + 1 \leq |x + 3|$$

образуют отрезок длины 1.

19. Петя умножил некоторое натуральное число на соседнее натуральное число, и получил произведение, равное m . Вова умножил некоторое четное натуральное число на соседнее четное натуральное число и получил произведение, равное n .

- а) Может ли модуль разности чисел m и n равняться 6?
- б) Может ли модуль разности чисел m и n равняться 13?
- в) Какие значения может принимать модуль разности чисел m и n ?