

**Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**

**Тренировочный вариант № 80**

**Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

***ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!***

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

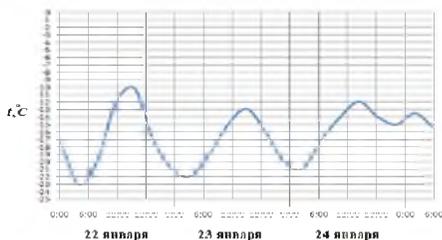
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

### Часть 1

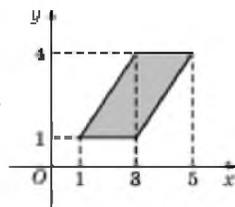
1. Система навигации, встроенная в спинку самолетного кресла, информирует пассажира о том, что полет проходит на высоте 37000 футов. Выразите высоту полета в метрах. Считайте, что 1 фут равен 30,5 см.?

2. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по



рисунку наименьшую температуру воздуха 23 января. Ответ дайте в градусах Цельсия.

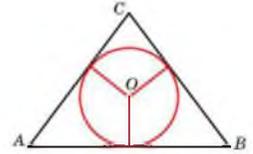
3. Найдите площадь параллелограмма, изображенного на рисунке.



4. В чемпионате по гимнастике участвуют 60 спортсменок: 17 из США, 28 из Мексики, остальные — из Канады. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая второй, окажется из Канады.

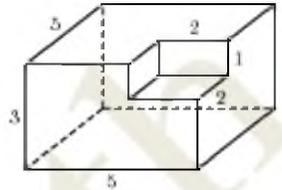
5. Решите уравнение  $\sqrt{4x-1} = x$ . Если уравнение имеет несколько корней, то в ответ запишите их произведение.

6. Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 5, основание равно 6. Найдите радиус вписанной окружности.



7. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = \frac{1}{3}t^3 + t^2 - 9t + 12$ , где  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 15 м/с?

8. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



## Часть 2

9. Найдите  $26 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$ , если  $\cos \alpha = \frac{12}{13}$  и  $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ .

10. Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой  $f_0 = 440$  Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка  $f$  больше

первого: она зависит от скорости тепловоза по закону

$$f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}} \text{ (Гц)}, \text{ где } c \text{ — скорость звука в (в м/с)}. \text{ Человек,}$$

стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 10 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а  $c = 315$  м/с. Ответ выразите в м/с.

11. Улитка ползет от одного дерева до другого. Каждый день она проползает на одно и то же расстояние больше, чем в предыдущий день. Известно, что за первый и последний дни улитка проползла в общей сложности 10 метров. Определите, сколько дней улитка потратила на весь путь, если расстояние между деревьями равно 150 метрам.

12. Найдите точку минимума функции  $y = (x - 11)^2 e^{17-x}$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\frac{4 \cos 2x - 9 \sin x - 4}{\sqrt{-\cos x}} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}\right]$ .

**14.**  $SABCD$  — правильная четырёхугольная пирамида с вершиной  $S$ . Точка  $M$  расположена на  $SD$  так, что  $SM : SD = 2 : 3$ .  $P$  — середина ребра  $AD$ , а  $Q$  середина ребра  $BC$ .

а) Доказать, что сечение пирамиды плоскостью  $MQP$  — равнобедренная трапеция.

б) Найдите отношение объёмов многогранников, на которые плоскость  $MQP$  разбивает пирамиду.

**15.** Решите неравенство:

$$\log_2(17x^2 + 16) - \log_2(x^2 + x + 1) \geq \log_2\left(\frac{x}{x+10} + 16\right).$$

**16.** Около окружности описана равнобедренная трапеция.

а) Докажите, что её диагональ проходит через середину отрезка, концы которого — точки касания окружности с боковыми сторонами трапеции.

б) Найдите отношение оснований трапеции, если площадь четырёхугольника с вершинами в точках касания окружности со сторонами трапеции составляет  $3/8$  площади трапеции.

**17.** Пенсионный фонд владеет ценными бумагами, которые стоят  $t^2$  тыс. рублей в конце года  $t$  ( $t = 1, 2, 3, \dots$ ). В конце любого года пенсионный фонд может продать ценные бумаги и положить деньги на счёт в банке, при этом в конце каждого следующего года сумма на счёте будет увеличиваться в  $1 + r$  раз. Пенсионный фонд хочет продать ценные бумаги в конце такого года, чтобы в конце двадцать пятого года сумма на его счёте была наибольшей. Расчёты показали, что для этого ценные бумаги нужно продавать строго в конце двадцать первого года. При каких положительных значениях  $r$  это возможно?

**18.** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$|x + a^2| = |a + x^2|$$

имеет ровно три различных корня.

**19.** Целые числа от 1 до  $n$  записаны в строчку. Под ними записаны те же числа в другом порядке. Может ли случиться так, что сумма каждого числа и записанного под ним есть точный квадрат

а) при  $n = 9$ ,

б) при  $n = 11$ ,

в) при  $n = 1996$ .