

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 79

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

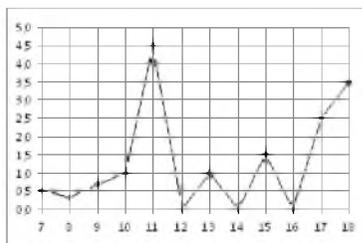
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

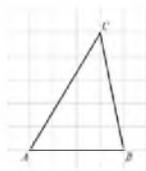
Часть 1

1. Только 71% из 27000 выпускников города правильно решили задачу В12. Сколько человек правильно решили задачу В12?

2. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Элисте с 7 по 18 декабря 2001 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало менее 2 миллиметров осадков.



3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AB .

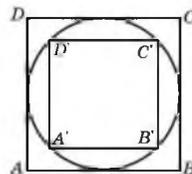


4. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 40% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 20% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 35% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

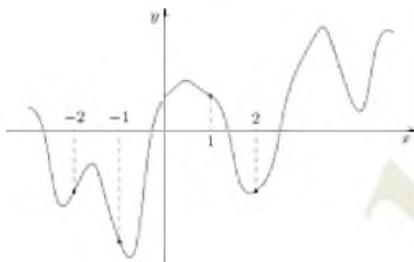
5. Решите уравнение $\log_{\sin \frac{\pi}{3}} \left(x^2 - \frac{x}{4} \right) = 2$. Если уравнение

имеет несколько корней, то в ответ запишите меньший.

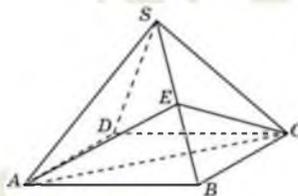
6. Во сколько раз площадь квадрата, описанного около окружности, больше площади квадрата, вписанного в эту окружность?



7. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и отмечены точки $-2, -1, 1, 2$. В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



8. Объем правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ равен 12. Точка E — середина ребра SB . Найдите объем треугольной пирамиды $EABC$.



Часть 2

9. Найдите значение выражения

$$\log_{4/3} \left(\sin \frac{5\pi}{12} - \cos \frac{5\pi}{12} \right)^2 + \log_{4/3} \left(\sin \frac{5\pi}{12} + \cos \frac{5\pi}{12} \right)^2$$

10. Скейтбордист прыгает на стоящую на рельсах платформу, со скоростью $v = 3$ м/с под острым углом α к рельсам. От толчка платформа начинает ехать со скоростью $u = \frac{m}{m+M} v \cos \alpha$ (м/с),

где $m = 80$ кг — масса скейтбордиста со скейтом, а $M = 400$ кг — масса платформы. Под каким максимальным углом α (в градусах) нужно прыгать, чтобы разогнать платформу не менее чем до $0,25$ м/с?

11. Рабочие прокладывают тоннель длиной 500 метров, ежедневно увеличивая норму прокладки на одно и то же число метров. Известно, что за первый день рабочие проложили 3 метра туннеля. Определите, сколько метров туннеля проложили рабочие в последний день, если вся работа была выполнена за 10 дней.

12. Найдите точку максимума функции $y = (2x - 3)\cos x - 2\sin x + 5$ принадлежащую интервалу $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$5^{4\sin^2 x} \cdot 7^{2\sin x - 1} = 5.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

14. Через середину бокового ребра правильной треугольной пирамиды проведена плоскость α , перпендикулярная этому ребру. Известно, что она пересекает остальные боковые рёбра и разбивает пирамиду на два многогранника, объёмы которых относятся как 1 к 3.

а) Докажите, что плоский угол при вершине пирамиды равен 45° .

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью α , если боковое ребро пирамиды равно 4.

15. Решите неравенство:

$$\left| \log_x \frac{x}{4} \right| \cdot \log_{4x} (2x^2) \leq \left| \log_x \frac{x}{4} \right|.$$

16. Две окружности пересекаются в точках P и Q . Прямая, проходящая через точку P , второй раз пересекает первую окружность в точке A , а вторую — в точке D . Прямая, проходящая через точку Q параллельно AD , второй раз пересекает первую окружность в точке B , а вторую — в точке C .

а) Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ — параллелограмм.

б) Найдите отношение $BP : PC$, если радиус первой окружности вдвое больше радиуса второй.

17. Пётр взял кредит в банке на срок 12 месяцев. По договору Пётр должен вернуть кредит ежемесячными платежами. В конце каждого месяца к оставшейся сумме долга добавляется $r\%$ этой суммы, и своим ежемесячным платежом Пётр погашает эти добавленные проценты и уменьшает сумму долга. Ежемесячные платежи подбираются так, чтобы долг уменьшался на одну и ту же величину каждый месяц. Известно, что общая сумма, выплаченная Петром банку за весь срок кредитования, оказалась на 13% больше, чем сумма, взятая им в кредит. Найдите r .

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2^x + 2^{\frac{4}{x}} = (a^2 - 4)^2 + y^2 + 8, \\ |y|z^4 + 2z^2 - a^2z + a + 4 = 0 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

19. За новогодним столом дети ели бутерброды и конфеты, причем каждый что-то ел, и может быть так, что кто-то ел и то и другое. Известно, что мальчиков, евших бутерброды, было не

более чем $\frac{5}{16}$ от общего числа детей, евших бутерброды, а

мальчиков, евших конфеты, было не более $\frac{2}{5}$ от общего числа детей, евших конфеты.

а) Могло ли за столом быть 13 мальчиков, если дополнительно известно, что всего за столом было 25 детей?

б) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть за столом, если дополнительно известно, что всего за столом было 25 детей?

в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа детей без дополнительного условия пунктов а и б?